

# SISTEME ELECTROENERGETICE

## Capitolul 5.2 ECHIVALENTI REI

---

---

---

---

---

---

---

---

### Generalitati

Academician **PAUL DIMO** ----- 1974

Sistemul extern este înlocuit de o rețea radială (**R**), echivalentă (**E**) și independentă (**I**) de alte condiții din restul sistemului.

---

---

---

---

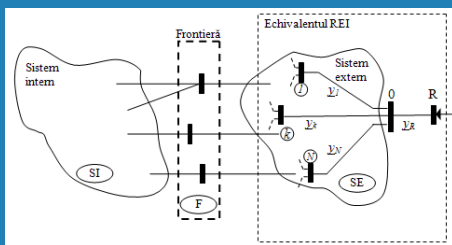
---

---

---

---

### Generalitati



---

---

---

---

---

---

---

---

## Generalitati

### AVANTAJE

- ❑ tipurile nodurilor eliminate din SE nu se pierd, ci pot fi reprezentate cu ajutorul nodurilor REI.
- ❑ aportul de putere reactivă din SE este mai bine descris în cazul echivalenților REI, în special pentru regimuri de funcționare în apropierea regimului de referință.
- ❑ pierderile de putere ale unui echivalent REI sunt identice cu cele din rețeaua originală, pentru regimul de referință.

---

---

---

---

---

---

---

---

## Generalitati

### Tipuri de noduri REI

- echivalenți REI cu un singur nod fictiv:
  - ❖ echivalenți REI cu un nod de sarcină fictiv;
  - ❖ echivalenți REI cu un nod generator fictiv;
  - ❖ echivalenți REI cu un nod generic / mixt fictiv;
- echivalenți REI cu două noduri fictive, de sarcină și generator.

---

---

---

---

---

---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Principiu

Liniarizare – deliniarizare rețelei reduse folosind o rețea fictivă temporară, care realizează legătura între nodurile din SE și nodul sau nodurile REI fictive nou create.

Această rețea se numește *rețea cu bilant energetic nul* (RBN), are caracter liniar, se caracterizează prin pierderi nule de putere (de aici și numele), iar în final este eliminată din schema echivalentă prin aplicarea unei proceduri de eliminare Gauss.

---

---

---

---

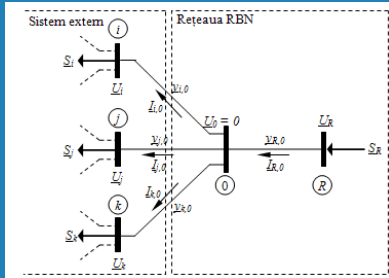
---

---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul




---

---

---

---

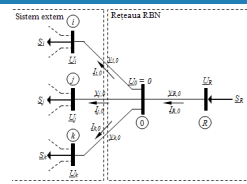
---

---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul



### Pasul 1

Liniarizarea sarcinilor nodale prin înlocuirea injectiilor de putere în noduri cu admitanțe transversale nodale  $Y_{i,0}$ ,  $Y_{j,0}$  și  $Y_{k,0}$ , definite între nodurile corespunzătoare și nodul fictiv pământ (0) ( $U_0 = 0$ ).

Liniarizarea: 
$$Y_{p,0} = -\frac{S_p^*}{U_p^2} \quad (p = i, j, k)$$

---

---

---

---

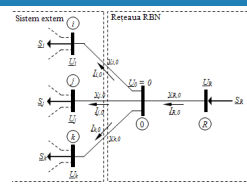
---

---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul



### Pasul 2

În urma procesului de liniarizare se calculează și circulațiile de curenți între cele 3 noduri și nodul fictiv pământ, notate  $I_{i,0}$ ,  $I_{j,0}$  și  $I_{k,0}$ :

$$I_{p,0} = \frac{S_p^*}{U_p} \quad (p = i, j, k)$$

---

---

---

---

---

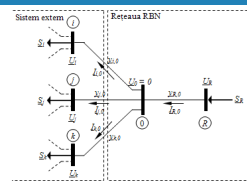
---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Pasul 3



Rețeaua existentă, inclusiv nodul fictiv pământ 0, se extinde prin adăugarea nodului REI fictiv, notat R, care urmează să echivaleze nodurile  $i$ ,  $j$  și  $k$  considerate.

---

---

---

---

---

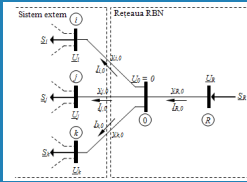
---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Pasul 4



Se calculează injecția echivalentă de putere aparentă în nodul fictiv R, sumând injecțiile de puteri aparente în nodurile echivalate (pierderi nule).

$$\underline{S}_R = \sum_p \underline{S}_p = \underline{S}_i + \underline{S}_j + \underline{S}_k$$

---

---

---

---

---

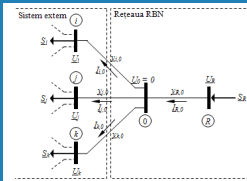
---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Pasul 5



Pe baza injecției de putere  $\underline{S}_R$  și a circulației de curent  $\underline{I}_{R,0}$ , se determină tensiunea nodului REI fictiv și admitanța echivalentă a laturii 0 – R:

$$\underline{U}_R = \frac{\underline{S}_R}{\underline{I}_{R,0}^*} \quad \underline{y}_{R,0} = \frac{\underline{S}_R^*}{\underline{U}_R^2}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Exemplu

Se dorește construirea rețelei RBN pentru două noduri  $i$  și  $j$ , caracterizate de injecțiile de putere aparentă:

$$S_i = -0.200 - j0.050 \text{ u.r. și}$$

$$S_j = -0.500 - j0.200 \text{ u.r.}$$

respectiv tensiunile:

$$U_i = 0.975 \angle -0.10 \text{ u.r. și}$$

$$U_j = 0.990 \angle -0.15 \text{ u.r.}$$

---

---

---

---

---

---

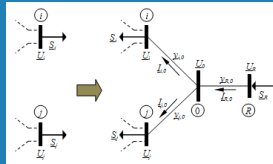
---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Exemplu

Se calculează circulațiile de curenți pe laturile RBN



$$I_{i0} = \frac{S_i^*}{U_i^*} = \frac{-0.200 + j \cdot 0.050}{0.975 \cdot (0.995 + j \cdot 0.100)} = -0.199 + j \cdot 0.072 \text{ u.r.}$$

$$I_{j0} = \frac{S_j^*}{U_j^*} = \frac{-0.500 + j \cdot 0.200}{0.990 \cdot (0.989 + j \cdot 0.149)} = -0.469 + j \cdot 0.275 \text{ u.r.}$$

$$I_{R0} = I_{i0} + I_{j0} = -0.668 + j \cdot 0.347 \text{ u.r.}$$

---

---

---

---

---

---

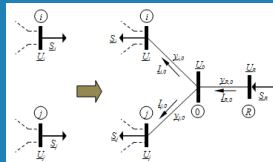
---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Exemplu

Se calculează injecția de putere și tensiunea în nodul REI



$$S_R = S_i + S_j = -0.700 - j \cdot 0.250 \text{ u.r.}$$

$$U_R = \frac{S_R}{I_R^*} = \frac{-0.700 - j \cdot 0.250}{-0.668 + j \cdot 0.347} = 0.978 - j \cdot 0.133 = 0.987 \angle -0.14$$

---

---

---

---

---

---

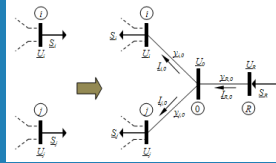
---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Exemplu

Se calculează admitanțele laturilor din rețeaua RBN



$$Y_{i,0} = -\frac{S_{i,j}^*}{U_j^2} = \frac{0.200 - j \cdot 0.050}{0.975^2} = 0.210 - j \cdot 0.053$$

$$Y_{j,0} = -\frac{S_{j,k}^*}{U_k^2} = \frac{0.500 - j \cdot 0.200}{0.990^2} = 0.510 - j \cdot 0.204$$

$$Y_{k,0} = \frac{S_{k,0}^*}{U_k^2} = \frac{-0.700 + j \cdot 0.250}{0.987^2} = -0.718 + j \cdot 0.257$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Reteaua cu bilant energetic nul

### Exemplu

Se calculează pierderile de putere activă pe laturile rețelei RBN și pe total rețea:

$$\Delta P_i = \operatorname{Re}(y_{i,0}) \cdot U_i^2 = 0.210 \cdot 0.975^2 = 0.200 \text{ u.r.}$$

$$\Delta P_j = \operatorname{Re}(y_{j,0}) \cdot U_j^2 = 0.510 \cdot 0.990^2 = 0.500 \text{ u.r.}$$

$$\Delta P_R = \operatorname{Re}(y_{R,0}) \cdot U_R^2 = -0.718 \cdot 0.987^2 = -0.700 \text{ u.r.}$$

$$\Delta P_{\text{tot}} = \Delta P_i + \Delta P_j + \Delta P_R = 0.200 + 0.500 - 0.700 = 0$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

Echivalentul REI cu un singur nod fictiv se folosește atunci când se dorește echivalarea întregului sistem extern printr-un singur nod, care corespunde nodului fictiv REI și o serie de laturi fictive, care se sprijină pe acest nod și nodurile de frontieră.

---

---

---

---

---

---

---

---

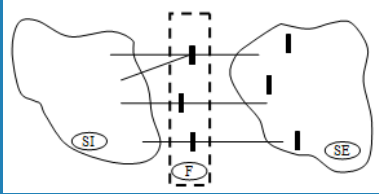
---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

### Etapa 1

Sistemul complet inainte de reducere



---

---

---

---

---

---

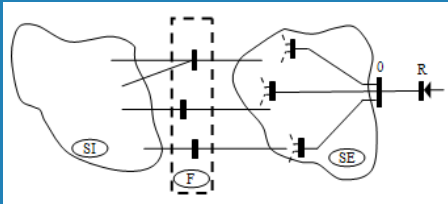
---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

### Etapa 2

Sistemul complet dupa construirea retelei RBN



---

---

---

---

---

---

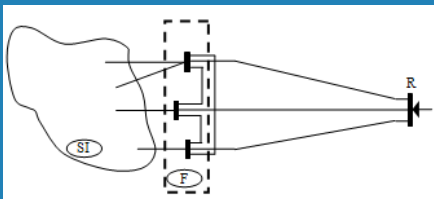
---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

### Etapa 3

Sistemul complet dupa eliminarea sistemului extern, inlocuit cu nodul REI



---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

Sistemul complet ...

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|ccc|}
 \hline
 E & \underline{Y}_{EE} & \underline{Y}_{EF} & 0 \\
 \hline
 F & \underline{Y}_{FE} & \underline{Y}_{FF} & \underline{Y}_{FI} \\
 \hline
 I & 0 & \underline{Y}_{IF} & \underline{Y}_{II} \\
 \hline
 & E & F & I \\
 \hline
 \end{array}
 \cdot
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \underline{U}_E \\
 \hline
 \underline{U}_F \\
 \hline
 \underline{U}_I \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \underline{J}_E \\
 \hline
 \underline{J}_F \\
 \hline
 \underline{J}_I \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

... se extinde cu nodurile fictive 0 și R.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{|ccccc|}
 \hline
 E & \underline{Y}_{EE} & \underline{Y}_{E0} & 0 & \underline{Y}_{EF} & 0 \\
 \hline
 0 & \underline{Y}_{0E} & \underline{Y}_{00} & -\underline{Y}_{R0} & 0 & 0 \\
 \hline
 R & 0 & -\underline{Y}_{R0} & \underline{Y}_{RR} & 0 & 0 \\
 \hline
 F & \underline{Y}_{FE} & 0 & 0 & \underline{Y}_{FF} & \underline{Y}_{FI} \\
 \hline
 I & 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{IF} & \underline{Y}_{II} \\
 \hline
 & E & 0 & R & F & I \\
 \hline
 \end{array}
 \cdot
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \underline{U}_E \\
 \hline
 0 \\
 \hline
 \underline{U}_R \\
 \hline
 \underline{U}_F \\
 \hline
 \underline{U}_I \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{|c|}
 \hline
 \underline{J}_E \\
 \hline
 0 \\
 \hline
 \underline{J}_R \\
 \hline
 \underline{J}_F \\
 \hline
 \underline{J}_I \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

$[\underline{Y}_{E0}]$  este un vector coloană având elementele egale cu admitanțele de forma  $y_{p,0}$ , iar  $[\underline{Y}_{0E}] = [\underline{Y}_{E0}]^T$ ;

$y_{R,0}$  este un scalar și reprezintă admitanța laturii fictive 0 - R;

$\underline{Y}_{0,0}$  și  $\underline{Y}_{R,R}$  sunt scalari, calculați cu relațiile:

$$\begin{array}{l}
 \underline{Y}_{0,0} = y_{R,0} + \sum_p y_{p,0} \\
 \underline{Y}_{R,R} = y_{R,0}
 \end{array}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



## Echivalentul REI cu un nod fictiv

E	$\Delta_{EX}$	$\underline{Y}_{EX}$	0	$\underline{Y}'_{EF}$	0	$\underline{U}_X$	$\underline{J}_E^{ech}$
O	0	$\Delta_{EO}$	$\underline{Y}'_{EO}$	$\underline{Y}'_{OF}$	0	0	0
R	0	0	$\underline{Y}^{ech}_{RR}$	$\underline{Y}^{ech}_{RF}$	0	$\underline{U}_R$	$\underline{J}_R^{ech}$
F	0	0	$\underline{Y}^{ech}_{FR}$	$\underline{Y}^{ech}_{FF}$	$\underline{Y}_{FI}$	$\underline{U}_F$	$\underline{J}_F^{ech}$
I	0	0	0	$\underline{Y}_{IF}$	$\underline{Y}_{II}$	$\underline{U}_I$	$\underline{J}_I$
	E	O	R	F	I		

$$\cdot \underline{U} = \underline{J}$$


---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

R	$\underline{Y}^{ech}_{RR}$	$\underline{Y}^{ech}_{RF}$	0	$\underline{U}_R$	$\underline{J}_R^{ech}$
F	$\underline{Y}^{ech}_{FR}$	$\underline{Y}^{ech}_{FF}$	$\underline{Y}_{FI}$	$\underline{U}_F$	$\underline{J}_F^{ech}$
I	0	$\underline{Y}_{IF}$	$\underline{Y}_{II}$	$\underline{U}_I$	$\underline{J}_I$
	R	F	I		

$$\cdot \underline{U} = \underline{J}$$


---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu un nod fictiv

### Neajuns al echivalentului REI

Datorită caracteristicilor nodurilor din sistemul care se echivalează, este posibil ca în echivalentul REI laturile fictive să nu mai păstreze caracteristicile laturilor din rețelele reale, obținându-se pentru rapoartele  $X/R$  valori mult prea mari sau mult prea mici. Acest fapt poate conduce la îngreuierea condițiilor de convergență ale metodei Newton - Raphson decuplată rapidă aplicată pentru analiza unor contingente.

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

Pentru problemele de convergență pe care le ridică uneori echivalentul REI cu un nod fictiv, se recomandă evitarea încorporării într-un singur nod echivalent a ambelor tipuri de injecții nodale – consum și producție.

De această dată, sistemul extern este înlocuit cu doi echivalenți REI, câte unul pentru nodurile generatoare (de tip PU) și nodurile consumatoare (de tip PQ).

---

---

---

---

---

---

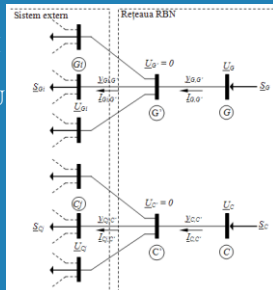
---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

G - nod echivalent REI care grupează toate nodurile generatoare PU din sistemul extern.

C - nod echivalent REI care grupează toate nodurile consumatoare PQ din sistemul extern.




---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

**Rețeaua cu bilant energetic nul pentru nodurile generatoare  $G_i$  ( $i \in PU$ )**

$$\begin{aligned}
 \underline{y}_{G_i, G} &= -\frac{\underline{S}_{G_i}^*}{U_{G_i}^2} & \underline{I}_{G_i, G} &= -\frac{\underline{S}_{G_i}^*}{U_{G_i}^*} \\
 \underline{I}_{G_i, G} &= \sum_{i \in (PU)} \underline{I}_{G_i, G} & \underline{S}_G &= \sum_{i \in (PU)} \underline{S}_{G_i} \\
 \underline{U}_G &= \frac{\underline{S}_G}{\underline{I}_{G_i, G}} & \underline{y}_{G_i, G} &= \frac{\underline{S}_{G_i}^*}{U_{G_i}^2}
 \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

Reteaua cu bilant energetic nul pentru nodurile consumatoare  $C_j$  ( $j \in PQ$ )

$$\begin{aligned}
 y_{G,C} &= -\frac{\underline{S}_G^*}{U_G^2} & I_{G,C} &= -\frac{\underline{S}_G^*}{U_G^*} \\
 I_{C,C} &= \sum_{j \in (PQ)} I_{G,C} & \underline{S}_C &= \sum_{j \in (PQ)} \underline{S}_G \\
 \underline{U}_C &= \frac{\underline{S}_C}{I_{C,C}^*} & y_{C,C} &= \frac{\underline{S}_C^*}{U_C^2}
 \end{aligned}$$

---

---

---

---

---

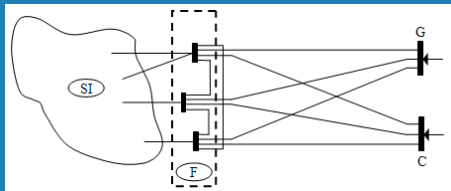
---

---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

Structura




---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

Sistemul complet ...

E	$\underline{Y}_{EE}$	$\underline{Y}_{EF}$	0	$\underline{U}_E$	$\underline{J}_E$
F	$\underline{Y}_{FE}$	$\underline{Y}_{FF}$	$\underline{Y}_{FI}$	$\underline{U}_F$	$\underline{J}_F$
I	0	$\underline{Y}_{IF}$	$\underline{Y}_{II}$	$\underline{U}_I$	$\underline{J}_I$
	E	F	I		

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_E \\ \underline{U}_F \\ \underline{U}_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_E \\ \underline{J}_F \\ \underline{J}_I \end{bmatrix}$$

... se extinde cu nodurile fictive de tip pamant  $G^*$  si  $C^*$ , respectiv nodurile echivalente REI, notate G si C.

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

E	$\underline{Y}_{EE}$	$\underline{Y}_{EG}$	$\underline{Y}_{EC}$	0	0	$\underline{Y}_{EF}$	0	$\underline{U}_E$	$\underline{J}_E$
G	$\underline{Y}_{GE}$	$\underline{Y}_{GG}$	0	$\underline{Y}_{GC}$	0	0	0	0	0
C	$\underline{Y}_{CE}$	0	$\underline{Y}_{CC}$	0	$\underline{Y}_{CF}$	0	0	0	0
G	0	$\underline{Y}_{GG}$	0	$\underline{Y}_{GC}$	0	0	0	$\underline{U}_G$	$\underline{J}_G$
C	0	0	$\underline{Y}_{CC}$	0	$\underline{Y}_{CF}$	0	0	$\underline{U}_C$	$\underline{J}_C$
F	$\underline{Y}_{FE}$	0	0	0	0	$\underline{Y}_{FF}$	$\underline{Y}_{FI}$	$\underline{U}_F$	$\underline{J}_F$
I	0	0	0	0	0	$\underline{Y}_{FI}$	$\underline{Y}_{II}$	$\underline{U}_I$	$\underline{J}_I$
	E	G	C	G	C	F	I		

$$\cdot \underline{U}_F = \underline{J}_F$$


---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

### Admitanțe

- $[\underline{Y}_{EG}]$  și  $[\underline{Y}_{EC}]$  sunt vectori coloană ale căror elemente sunt de forma  $\underline{Y}_{Gi,G'}$ , respectiv  $\underline{Y}_{Cj,C'}$
- $[\underline{Y}_{G'E}] = [\underline{Y}_{EG}]^T$  și  $[\underline{Y}_{C'E}] = [\underline{Y}_{EC}]^T$
- admitanțe de pe diagonala matricei de admitanțe:

$$\underline{Y}_{G,G} = \underline{Y}_{G,G} + \sum_{m \in (F,U)} \underline{Y}_{G,m} \quad \underline{Y}_{C,C} = \underline{Y}_{C,C} + \sum_{j \in (F,U)} \underline{Y}_{C,j}$$

$$\underline{Y}_{G,G} = \underline{Y}_{G,G} \quad \underline{Y}_{C,C} = \underline{Y}_{C,C}$$

- admitanțe din afara diagonalei matricei de admitanțe:

$$\underline{Y}_{G,G} = \underline{Y}_{G,G} = -\underline{Y}_{G,G} \quad \underline{Y}_{C,C} = \underline{Y}_{C,C} = -\underline{Y}_{C,C}$$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Echivalentul REI cu 2noduri fictive

Dupa aplicarea eliminarii Gauss:

G	$\underline{Y}_{GG}^{ech}$	0	$\underline{Y}_{GF}^{ech}$	0	$\underline{U}_G$	$\underline{J}_G^{ech}$
C	0	$\underline{Y}_{CC}^{ech}$	$\underline{Y}_{CF}^{ech}$	0	$\underline{U}_C$	$\underline{J}_C^{ech}$
F	$\underline{Y}_{FG}^{ech}$	$\underline{Y}_{FC}^{ech}$	$\underline{Y}_{FF}^{ech}$	$\underline{Y}_{FI}$	$\underline{U}_F$	$\underline{J}_F^{ech}$
I	0	0	$\underline{Y}_{FI}$	$\underline{Y}_{II}$	$\underline{U}_I$	$\underline{J}_I$
	G	C	F	I		

$$\cdot \underline{U}_F = \underline{J}_F^{ech}$$


---

---

---

---

---

---

---

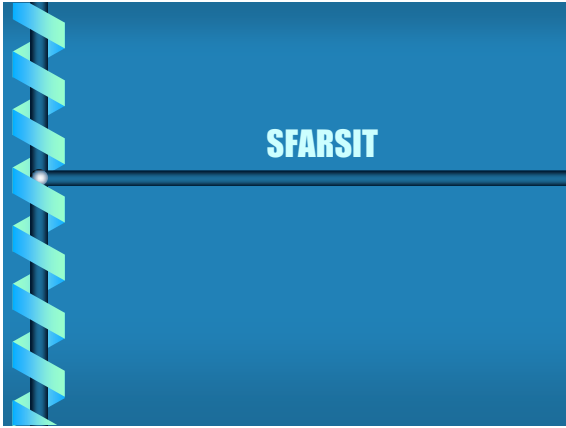
---

---

---

---

---



---

---

---

---

---

---

---

---